Однофакторный дисперсионный анализ

Общую среднюю можно получить как среднее арифметическое групповых средних:  
  
На разброс групповых средних процента отказа относительно общей средней влияют как изменения уровня рассматриваемого фактора, так и случайные факторы.  
Для того чтобы учесть влияние данного фактора, общая выборочная дисперсия разбивается на две части, первая из которых называется факторной S2ф, а вторая - остаточной S2ост.  
С целью учета этих составляющих вначале рассчитывается общая сумма квадратов отклонений вариант от общей средней:  
  
и факторная сумма квадратов отклонений групповых средних от общей средней, которая и характеризует влияние данного фактора:  
  
Последнее выражение получено путем замены каждой варианты в выражении Sобщ групповой средней для данного фактора.  
Остаточная сумма квадратов отклонений получается как разность:  
Sост = Sобщ - Sф  
Для определения общей выборочной дисперсии необходимо Sобщ разделить на число измерений pq:  
  
а для получения несмещенной общей выборочной дисперсии это выражение нужно умножить на pq/(pq-1):  
  
Соответственно, для несмещенной факторной выборочной дисперсии:  
  
где p-1 - число степеней свободы несмещенной факторной выборочной дисперсии.  
С целью оценки влияния фактора на изменения рассматриваемого параметра рассчитывается величина:  
  
Так как отношение двух выборочных дисперсий s2ф и s2ост распределено по закону Фишера-Снедекора, то полученное значение fнабл сравнивают со значением функции распределения  
  
в критической точке fкр, соответствующей выбранному уровню значимости α.  
Если fнабл>fкр, то фактор оказывает существенное воздействие и его следует учитывать, в противном случае он оказывает незначительное влияние, которым можно пренебречь.  
Для расчета Sнабл и Sф могут быть использованы также формулы:  
  
  
Находим групповые средние:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| N | П1 | П2 | П3 | П4 |
| 1 | 36 | 56 | 52 | 39 |
| 2 | 47 | 61 | 57 | 57 |
| 3 | 50 | 64 | 59 | 63 |
| 4 | 58 | 66 | 58 | 61 |
| 5 | 67 | 66 | 79 | 65 |
| ∑ | 258 | 313 | 305 | 285 |
| xср | 51.6 | 62.6 | 61 | 57 |

Обозначим р - количество уровней фактора (р=4). Число измерений на каждом уровне одинаково и равно q=5.  
В последней строке помещены групповые средние для каждого уровня фактора.  
Общая средняя вычисляется по формуле:  
  
Для расчета Sобщ по формуле (4) составляем таблицу 2 квадратов вариант:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| N | П21 | П22 | П23 | П24 |
| 1 | 1296 | 3136 | 2704 | 1521 |
| 2 | 2209 | 3721 | 3249 | 3249 |
| 3 | 2500 | 4096 | 3481 | 3969 |
| 4 | 3364 | 4356 | 3364 | 3721 |
| 5 | 4489 | 4356 | 6241 | 4225 |
| ∑ | 13858 | 19665 | 19039 | 16685 |

Sобщ = 13858 + 19665 + 19039 + 16685 - 5 • 4 • 58.052 = 1850.95  
Находим Sф по формуле (5):  
Sф = 5(51.62 + 62.62 + 612 + 572 - 4 • 58.052) = 360.55  
Получаем Sост: Sост = Sобщ - Sф = 1850.95 - 360.55 = 1490.4  
Определяем факторную дисперсию:  
  
и остаточную дисперсию:  
  
Если средние значения случайной величины, вычисленные по отдельным выборкам одинаковы, то оценки факторной и остаточной дисперсий являются несмещенными оценками генеральной дисперсии и различаются несущественно.  
Тогда сопоставление оценок этих дисперсий по критерию Фишера должно показать, что нулевую гипотезу о равенстве факторной и остаточной дисперсий отвергнуть нет оснований.  
Оценка факторной дисперсии больше оценки остаточной дисперсии, поэтому можно сразу утверждать не справедливость нулевой гипотезы о равенстве математических ожиданий по слоям выборки.  
Иначе говоря, в данном примере фактор Ф оказывает существенное влияния на случайную величину.  
Проверим нулевую гипотезу H0: равенство средних значений х.  
Находим fнабл.  
  
Для уровня значимости α=0.05, чисел степеней свободы 3 и 16 находим fкр из таблицы распределения Фишера-Снедекора.  
fкр(0.05; 3; 16) = 3.24  
В связи с тем, что fнабл < fкр, нулевую гипотезу о существенном влиянии фактора на результаты экспериментов отклоняем (нулевую гипотезу о равенстве групповых средних принимаем). Другими словами, групповые средние в целом различаются не значимо.